

Цель работы: изучение вращения плоскости поляризации и определение концентрации сахарных растворов с помощью сахариметра.

Принадлежности: сахариметр типа СУ-3, набор кювет с сахарными растворами различной концентрации.

Краткая теория:

Теория явления вращения плоскости поляризации

Феноменологическая теория вращения плоскости поляризации исследовал Френель в 1817 году. В начале прошлого столетия, исследуя прохождение линейно поляризованного света вдоль оптической оси кварцевой пластинки (кристаллографическое направление z), Араго наблюдал поворот плоскости поляризации (см. рис.11.1). Экспериментально установлено, что угол поворота плоскости поляризации φ зависит от толщины кварцевой пластинки d следующим образом:

$$\varphi = \alpha \cdot d \tag{11.1}$$

где α - удельная вращательная способность кварца, зависящая от длины волны.

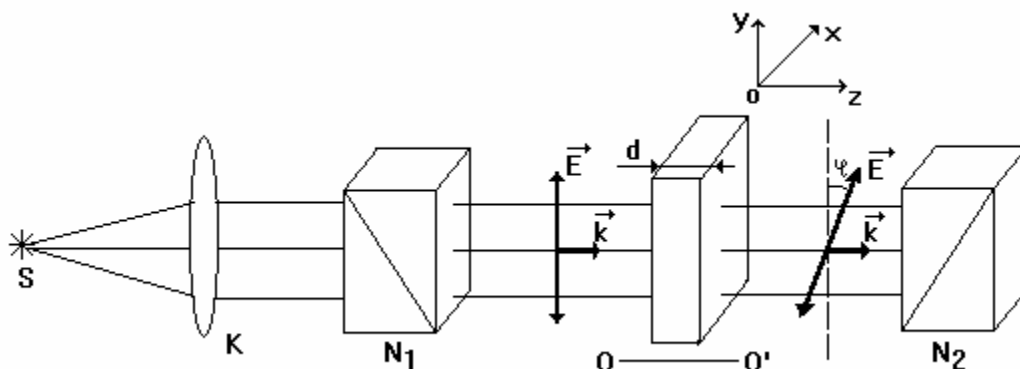


Рис.11.1. Схема опыта для наблюдения оптической активности кварцевой пластинки.

S - точечный источник, K - конденсор, N₁ - поляризатор, N₂ - анализатор, OO'- оптическая ось образца.

Исследование этого явления в кварце показывает, что удельная вращательная способность α этого кристалла сильно зависит от спектральной области (так для красной области видимого спектра $\alpha = 15$ град/мм, для зеленой - $\alpha \sim 27$ град/мм, для фиолетовой - $\alpha \sim 51$ град/мм). Кроме этого установлено, что для пластинок, вырезанных из правого кварца, поворот плоскости поляризации происходит по часовой стрелке, а для пластин из левого кварца - против часовой стрелки. Поворот исследуемой пластинки вокруг оси OO' на 180° не изменяет величины и направления поворота плоскости поляризации световой волны (см. рис. 11.1) [1-4]

Позднее это явления было обнаружено в других кристаллических, аморфных, жидких и газообразных веществах (скипидар, раствор сахара, патока, камфара, никотин, теллур, селен, хлорид натрия и другие). Исследования данного явления в растворах, приведенных физиком Био, показали [3,4], что

$$\varphi = [\alpha_0] \cdot C \cdot d \tag{11.2}$$

$$[\alpha_0] \sim \frac{1}{\lambda} \tag{11.3}$$

где $[\alpha_0]$ - удельная оптическая активность однопроцентного раствора, C - концентрация (в процентах) содержания вещества в растворе. При повороте плоскости поляризации происходит по как правому, так и по левому кругу, в зависимости от вещества. Установлено, что некоторые кристаллы кубической симметрии ($NaClO_3, NaBrO_3$) проявляют изотропную оптическую активность, как в твердом состоянии, так и в растворах.

Объяснение естественной оптической активности впервые было дано Френелем (1827г.) [1]. Согласно Френелю, вращение плоскости поляризации, какова бы ни была его физическая природа, есть проявление особого, так называемого кругового двойного лучепреломления. Другими словами, если скорость распространения циркулярно-поляризованной волны зависит от направления вращения вектора электрического поля (или магнитного поля для электромагнитных волн радиодиапазона) волны, то говорят, что имеет место проявление кругового двойного лучепреломления. Покажем, что при выполнении условия кругового двойного лучепреломления ($n_{лев} \neq n_{прав}$) имеет место явление естественной оптической активности.

Если линейно поляризованную волну (поляризация определена вектором \vec{E}), распространяющуюся вдоль z , описывать выражением

$$\vec{E} = \text{Re} \left\{ \vec{E}_0 \exp \left[i \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \right\}, \quad (11.4)$$

где $v = \frac{c}{n}$ - фазовая скорость этой волны, то для волны, поляризованной по кругу, запишем

$$E = \text{Re} \left\{ \vec{E}_{10} \exp \left[i \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \mp i \vec{E}_{20} \exp \left[i \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \right\} \quad (11.5)$$

Последнее выражение получается из соображения, что круговое колебание можно получить суперпозицией двух гармонических колебаний во взаимно перпендикулярных плоскостях $\vec{E}_{10} \perp \vec{E}_{20}$, рав-

ной амплитуды ($|\vec{E}_{10}| = |\vec{E}_{20}| = \frac{|\vec{E}_0|}{2}$) и с разностью фаз $\delta = \pi/2$. Так как $\exp\left(\frac{i\pi}{2}\right) = i$,

в выражении (11.5) эквивалентно внесению разности фаз $\frac{\pi}{2}$. Знаки " \mp " соответствуют правому (знак "-") или левому (знак "+") вращению по кругу.

Представим теперь волны, поляризованные по левому и правому кругу, в виде двух плоских волн, поляризованных вдоль X и Y .

Правое вращение

$$E_x = \frac{E_0}{2} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v_{прав}} \right) \right]$$

$$E_y = \frac{E_0}{2} \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v_{прав}} \right) \right]$$

Левое вращение

$$E_x = \frac{E_0}{2} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v_{лев}} \right) \right]$$

$$E_y = \frac{E_0}{2} \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{v_{прав}} \right) \right] \quad (11.6)$$

Для оптически неактивных веществ $v_{лев} = v_{прав}$ и поворота плоскости поляризации не наблюдается.

Однако, если $v_{лев} \neq v_{прав}$, то после прохождения волной такой среды имеем:

$$(E_x)_{акт} = \frac{E_0}{2} \cos \left[\omega (n_{лев} - n_{прав}) \frac{z}{2c} \right] \cos \left[\omega - \frac{(n_{лев} - n_{прав})z}{2c} \right]$$

$$(E_y)_{акт} = \frac{E_0}{2} \sin \left[\omega (n_{лев} - n_{прав}) \frac{z}{2c} \right] \cos \left[\omega - \frac{(n_{лев} - n_{прав})z}{2c} \right]$$
(11.7)

Исходя из выражения (11.7), можно сделать вывод, что после прохождения активной среды ($n_{лев} \neq n_{прав}$) толщиной суммарная волна представляет собой линейно поляризованную, у которой плоскость поляризации повернута относительно падающей волны на угол φ .

$$(E_x)_{акт} = E_0 \cos \varphi \cos \left[\omega \left(t - \frac{\bar{n}d}{c} \right) \right]$$

$$(E_y)_{акт} = E_0 \sin \varphi \cos \left[\omega \left(t - \frac{\bar{n}d}{c} \right) \right],$$
(11.8)

где $\varphi = \omega (n_{лев} - n_{прав}) / 2c$, $\bar{n} = (n_{лев} + n_{прав}) / 2$.

Таким образом, исходя из вышеизложенного, получим:

$$\varphi = \alpha d = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_{лев} - n_{прав}) d = \frac{\omega}{2c} (n_{лев} - n_{прав}) d,$$
(11.9)

Выражение (11.9) показывает, что если $n_{лев} \neq n_{прав}$, то имеет место естественная оптическая активность вещества. Следовательно, феноменологическая теория Френеля показывает наличие поворота плоскости поляризации при распространении плоской линейно поляризованной волны в среде, для которой $n_{лев} \neq n_{прав}$, но не объясняет причину этого явления. Кроме того, Френель экспериментально подтвердил гипотезу существования и распространения циркулярно поляризованных волн в оптически активных средах путем изготовления сложной кварцевой призмы (см. рис. 11.2). Эта призма ABCD состоящая из двух кварцевых призм: двух призм ABM и DCM, изготовленного из правовращающего кварца, и одной - AMD - из левовращающего кварца с тупым $\angle AMD = 152^\circ$. Каждая призма изготовлена таким образом, что оптическая ось кристалла параллельна основанию AD. Анализируя два луча на выходе из призмы с помощью $\lambda/4$ - пластинки (см. рис.2) установлено, что верхний луч поляризован по левому, а нижний - по правому кругу. Аналогичные опыты, проведенные с жидкостями и растворами, обладающими естественной оптической активностью, подтвердили гипотезу Френеля.

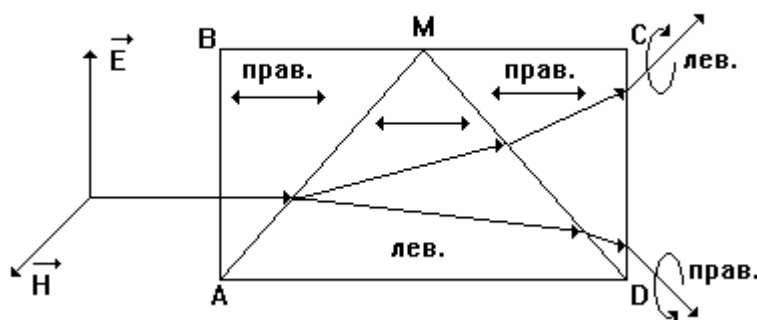


Рис. 11.2. Ход лучей в призме Френеля.

Пространственная нелокальность. Молекулярная теория естественной оптической активности.

Многие оптические явления легко объясняются исходя из предположений о волновой, электромагнитной природе света, при этом считается, что связи между \vec{D} и \vec{E} , \vec{B} и \vec{H} локальны во времени и пространстве.[2] Однако, как было показано в лабораторной работе №9, нелокальность во времени, обусловленную инерционностью процессов поляризации вещества под действием электрического поля световой волны, приводит к оптической дисперсии. (см. 9.7). Эту дисперсию вещества правильно называть временной или частотной дисперсией, поскольку возможно проявление пространственной нелокальности (пространственной дисперсии). Одним из проявлений пространственной дисперсии является оптическая активность некоторых веществ.

Пусть имеется неоднородное электрическое поле \vec{E} . Тогда для вычисления дипольного момента молекулы или элементарной ячейки кристалла необходимо знать поле \vec{E} во всех точках рассматриваемого объема. Для этого мы должны знать не только $\vec{E}(\vec{r})$, но и пространственные производные всех порядков в этой точке \vec{r} . Связь \vec{D} и \vec{E} в линейном приближении (в слабых электромагнитных полях) выразится следующим соотношением:

$$D_j = \varepsilon_{jl} E_l + \gamma_{jlm} \frac{\partial E_l}{\partial x_m} + \alpha_{jlmn} \frac{\partial^2 E_l}{\partial x_m \partial x_n}, \quad (11.10)$$

где $\varepsilon_{jl}, \gamma_{jlm}, \alpha_{jlmn}$ - тензорные величины, характеризующие анизотропные оптические свойства среды и зависящие от частоты ω .

В случае действия оптической волны (11.4) выражение (11.10) запишется:

$$D_j(\vec{r}, t) = (\varepsilon_{jl} - k_m \gamma_{jlm} - k_m k_n \alpha_{jlmn}) E_l(\vec{r}, t) = \varepsilon'_{jl}(\omega, \vec{k}) E_l(\vec{r}, t) \quad (11.11)$$

Таким образом, связь между \vec{D} и \vec{E} , описанная выражением (11.11), имеет формально локальный характер. Однако тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_{jl}(\omega, \vec{k})$, описывающий эту локальность в (11.11), зависит от ω и волнового вектора \vec{k} . Если частота световой волны такова, что можно пренебречь зависимостью тензорных величин $\varepsilon_{jl}, \gamma_{jlm}, \alpha_{jlmn}$ от частоты, то говорят о пространственной дисперсии $\varepsilon'_{jl}(\vec{k})$ при выполнении условий $\gamma_{jlm} \neq 0, \alpha_{jlmn} \neq 0$. Поскольку $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ (λ - длина световой волны), то добавка в диэлектрическую проницаемость за счет пространственной дисперсии (11.11) в первом приближении (учитывая тензор γ_{jlm} , а $\alpha_{jlmn} \equiv 0$) является величиной порядка $\sim a/\lambda$ - размер элементарной ячейки (для кристаллических веществ) или диаметр спиральных молекул изотропных веществ, в которых проявляется оптическая активность (сахар, патока и др.). Несложно оценить, что для кристаллов кварца в оптическом диапазоне $a/\lambda \sim 10^{-3}$, то есть очень маленькая величина.

Именно из-за малости величины a/λ пространственная нелокальность проявляется в очень немногих оптических явлениях. Из этих явлений наиболее доступным для исследования является поворот плоскости поляризации волны при прохождении через оптически активные среды (естественная оптическая активность веществ). При этом, имея точность измерения угла поворота плоскости поляризации $\sim 0.01^\circ (\sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад})$ для образца толщиной 0.1 м и $\lambda \sim 0.5 \text{ мкм}$, можно обнаружить оптическую

активность вещества с $(n_{лев} - n_{прав}) \sim 10^{-9}$.

Впервые теорию оптической активности веществ развил М. Борн на основе учета асимметрии молекул вещества [3,4]. В рамках своей теории Борн показал, что если молекулы вещества имеют пространственную структуру, которая не обладает плоскостью и центром симметрии, то такое изотропное вещество будет проявлять оптическую активность. Для простоты это можно проиллюстрировать на молекулах в виде отрезков спиралей, закрученных по правому или левому винту [1-5]. Так несложно показать, что если вещество состоит из хаотически расположенных отрезков правых спиралей, то будет иметь место изотопный поворот плоскости поляризации света по часовой стрелке при прохождении через это вещество. И, наоборот, для молекулы с левовинтовой спиралью поворот плоскости поляризации происходит против часовой стрелки. При равных параметрах этих спиралей углы поворота в обоих случаях должны быть одинаковы (что имеет место для левого и правого кварца). Важно отметить, что рассмотренная модель возникновения оптической активности была легко подтверждена на примере электромагнитных волн радиодиапазона ($\lambda \sim 3\text{см}$) [1]. В этом случае между рупорами излучателя и приемника УКВ-волн помещалась картонная коробка, хаотически заполненная одинаковыми отрезками спиралей из медной изолированной проволоки (диаметр спиралей 6-7 мм, длина ~ 1 см). Если рупор приемника составлял угол $\pi/2$ рупором излучателя, что обуславливало отсутствие какого-либо сигнала в приемнике, то введение коробки со спиралью приводило к появлению отчетливого сигнала, регистрируемого приемником. Повернув рупор приемника на определенный угол φ , удается погасить сигнал на нем. Наличие в коробке таких же по размерам отрезков спирали, но намотанной в другую сторону, тоже приводит к появлению сигнала в приемнике. В этом случае сигнал на приемнике удастся погасить, повернув рупор приемника на тот же угол φ , но в противоположном направлении.

Переходя к нашим выражениям (11.10, 11.11), определяющим пространственную нелокальность (пространственную дисперсию) с учетом теоретических представлений Борна, отметим, что для диссимметрично изотропных сред - жидкостей и кристаллов кубической симметрии (в этом случае

$\varepsilon_{jl}(\omega) \equiv \varepsilon$) тензор третьего ранга γ_{jlm} должен обладать следующими свойствами [2]: отличными от нуля могут быть только компоненты тензора с различными значениями индексов

j, l, m ; $\gamma_{jlm} = -\gamma_{ljm} = \gamma_{jlmj} = \gamma_{lmjl} = -\gamma_{mlj} = -\gamma_{jml} = -g$. С учетом указанных свойств тензора γ_{jlm} , векторная связь между \vec{D} и \vec{E} запишется следующим образом [2]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + g \cdot \text{rot} \vec{E} \quad (11.12)$$

В этом выражении g есть псевдоскаляр, ибо при переходе от правой к левой системе координат знак g изменяется на противоположный. Аналогично (11.12) можно записать связь между \vec{B} и \vec{H} для среды $\mu \approx 1$.

$$\vec{B} = \vec{H} + g' \cdot \text{rot} \vec{H} \quad (11.13)$$

где g' - новый псевдоскаляр, связанный с g следующим выражением [2]: $g' = \varepsilon \cdot g$.

Учитывая материальные соотношения (11.12, 11.13), можно получить волновые уравнения, при решении которых мы получим, что циркулярно поляризованные волны распространяются с различными скоростями в зависимости от направления вращения вектора электрического поля:

$$v_{\text{прав}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\omega g}{\varepsilon}, v_{\text{лев}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} + \frac{\omega g}{\varepsilon} \quad (11.14)$$

Вычисления $v_{\text{прав}}$ и $v_{\text{лев}}$ проведены в линейном приближении по малой величине g . Используя связь фазовой скорости с коэффициентом преломления, соотношение (11.9) можно записать в виде:

$$\varphi = \frac{\omega}{2c} (n_{\text{прав}} - n_{\text{лев}}) d = \frac{g \omega^2}{c^2} \cdot d \quad (11.9')$$

Описание экспериментальной установки

Простейшая установка для наблюдения вращения плоскости поляризации (см. рис. 11.3) состоит из источника монохроматического света S , двух призм Николя - поляризатора Π , анализатора A и трубки T с исследуемым раствором.

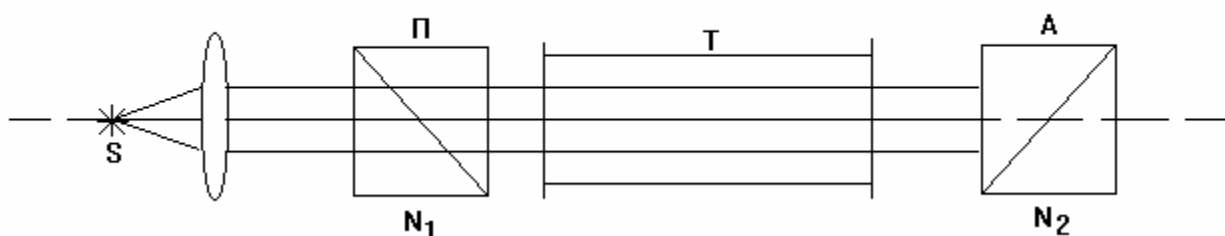


Рис. 11.3. Простейшая схема для наблюдения поворота плоскости поляризации в растворах.

Пусть при отсутствии в трубке раствора анализатор A повернут так, что свет полностью гасится (призмы Николя скрещены). Если трубку T наполнить раствором оптически активного вещества, то вследствие вращения плоскости колебаний электрического поля волны наступит просветление поля зрения. Угол, на который нужно повернуть анализатор для полного затемнения, очевидно, равен углу поворота плоскости колебаний вектора \vec{E} . Величина α_0 (11.3) зависит от температуры. Для большинства веществ она уменьшается на 0.1% при повышении температуры на 1⁰С. Кроме того, удельное вращение растворов α_0 зависит от длины световой волны источника (вращательная дисперсия). Поэтому при освещении белым светом вращение анализатора A ни при каком угле поворота не приводит к полному погашению поля зрения, а лишь изменяет цвет пропускаемых лучей. На практике для получения полного затемнения применяют светофильтры. Следует заметить, что определение угла поворота плоскости поляризации с помощью двух установок на темноту без активного вещества и с ним довольно не точно и обычно заменяется специальным устройством - полутеневым анализатором. Полутеневого анализатор можно получить из обычной поляризационной призмы. Пусть они пропускают свет с плоскостью колебаний AA' (см. рис. 11.4,а). Если плоскость колебаний падающего света \vec{E} перпендикулярна AA' , то поле зрения будет темным. Призму разрезают вдоль AA' . От каждой половинки отшлифовывают по клинообразному слою 2.5⁰ и склеивают вместе (см. рис. 11.4,б). Тогда левая половина призмы будет пропускать колебания в направлении AA_1 , правая в направлении AA_2 . Если вектор \vec{E} перпендикулярен биссектрисе угла A_1AA_2 , то по закону Малюса левая и правая половины поля зрения будут одинаково освещены (см. рис. 4, г), то есть:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi$$

(11.15)

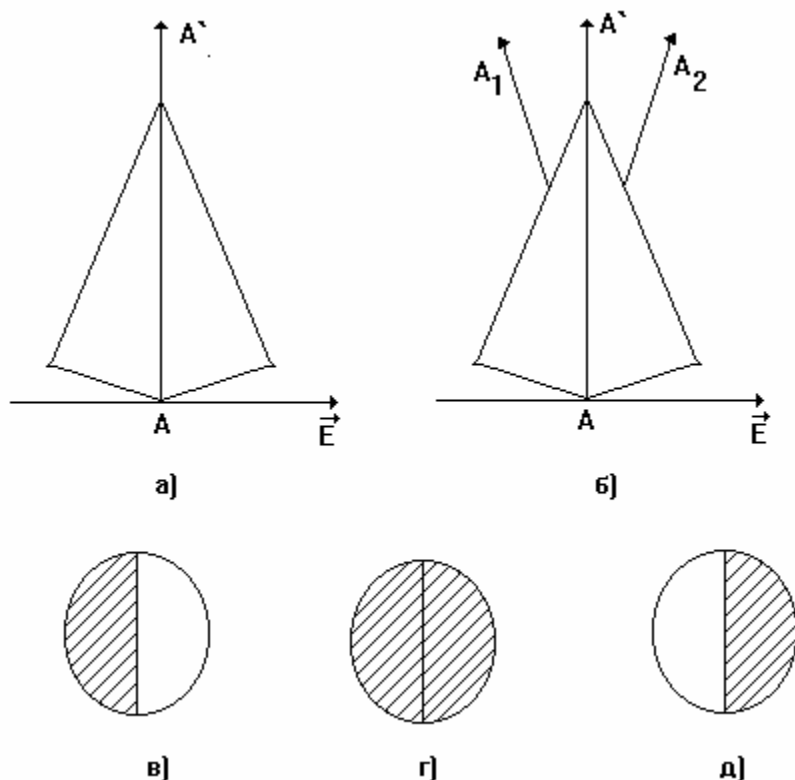


Рис. 11.4. Полутеневого анализатор на основе призмы.

В том случае, когда плоскость колебания вектора \vec{E} наклонена на малый угол, равенство освещенности полей нарушается (см. рис. 11.4, в, д). Устанавливая полутеневого анализатор вместо второй призмы Николя (см. рис. 11.3), можно получить удобный для пользования поляриметр.

Как отмечалось ранее, вращение плоскости поляризации можно использовать для определения концентрации растворов. Наиболее распространенной схемой сахариметра (поляриметр для определения концентрации раствора сахара) является схема Солейля (см. рис. 11.5).

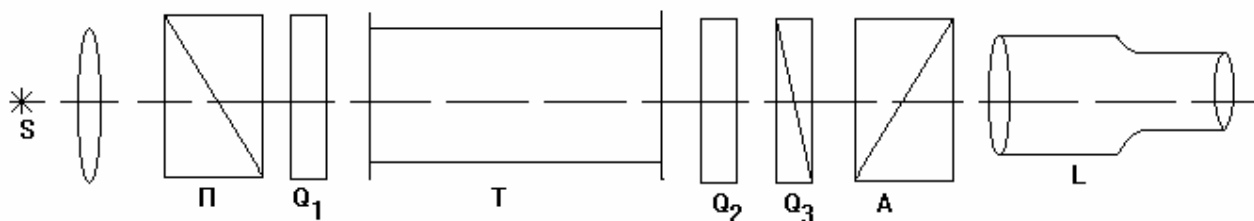


Рис 11.5. Оптическая схема сахариметра Солейля.

Оптическая схема сахариметра Солейля состоит из следующих основных деталей: П - призма Николя, играющая роль поляризатора; Q_1 - бикварцевая пластинка, состоящая из двух склеенных по диаметру полукруговых лево- и правовращающих пластинок кварца; Т - трубка с активным раствором; Q_2 - пластинка из правовращающего кварца (пластинки Q_1 и Q_2 вырезаются из кристаллов правого и левого кварца таким образом, что направление, вдоль которого наблюдается поворот плоскости поляризации, перпендикулярно плоскости этих пластинок); Q_3 - пластинка, состоящая из двух одновременно сдвигаемых один относительно другого клиньев левовращающего кварца; А - призма Николя - анализатор, который скрещен с поляризатором П и неподвижен относительно него; L -

зрительная труба, установленная так, что наблюдатель видит ясно бикварцевую пластинку Q_1 . Принцип измерения угла поворота плоскости поляризации света в оптически активном растворе в сахариметре Солейля заключается в следующем. Плоскость колебания вектора \vec{E} поля световой волны, вышедшей из поляризатора П, поворачивается одной половинкой пластинки Q_1 в левую сторону (против часовой стрелки), а другой - на такой же угол в левую сторону. Если труба Т и пластинки Q_2 и Q_3 отсутствуют, то обе половины бикварцевой пластинки Q_1 будут освещены одинаково. Наличие трубки с активным раствором вызовет поворот плоскости колебаний вектора \vec{E} световой волны, вышедшей из пластинки Q_1 на некоторый угол φ в определенном направлении, что нарушит равномерную освещенность поля зрения пластинки Q_1 . Для того, чтобы получить равномерную освещенность поля зрения пластинки Q_1 , применяется компенсирующее устройство, из двух пластинок Q_2 и Q_3 .

Толщина пластинки из левого кварца Q_3 изменяется путем сдвига двух клиньев относительно друг друга. Таким образом, что в среднем положении клиньев пластинки Q_3 0 поворот плоскости поляризации двумя пластинками Q_2 и Q_3 равен нулю.

Уменьшая толщину пластинки Q_3 , мы поворачиваем плоскость поляризации вправо, а увеличивая толщину Q_3 - влево. Таким образом, изменяя толщину пластины Q_3 путем перемещения клиньев. Можно вновь повернуть плоскость колебаний электрического поля световой волны, вышедшей из трубки Т с активным раствором, так, чтобы обе половины поля зрения были освещены одинаково. Перемещение клиньев пластинки Q_3 фиксируется по шкале, которая может быть проградуирована в угловых градусах, определяющих поворот плоскости поляризации волны исследуемым раствором. Так, например, 100 делений для вращения по правому кругу и 50 делений - по левому кругу. Шкалы некоторых сахариметров проградуированы в градусах Венцке:

1 градус Венцке = 0.34657 угловых градусов.

Выполнение работы:

Определение неизвестной концентрации сахара

Сначала проверили нуль прибора. Для этого вращением компенсатора добились одинаковой освещенности полуокружностей бикварцевой пластинки Q_1 в отсутствии трубки с активным веществом. Затем поместили в камеру трубку с активным веществом известной концентрации и выровняли освещенность пластинки Q_1 путем вращения ручки компенсатора. По шкале определили угол поворота плоскости поляризации. Аналогичное измерение повторили для всех трубок-эталонов с известной концентрацией активного раствора. После этого повторили эту серию измерений со всеми трубками эталонами еще дважды.

Углы в градусах:

0 %	14 %	34 %	43 %	X %
123	137	155	165	150
128	140	152	167	148
125	141	157	165	150
125	140	156	168	149
123	142	152	166	151

Используя метод наименьших квадратов построили график зависимости угла поворота плоскости поляризации от концентрации.

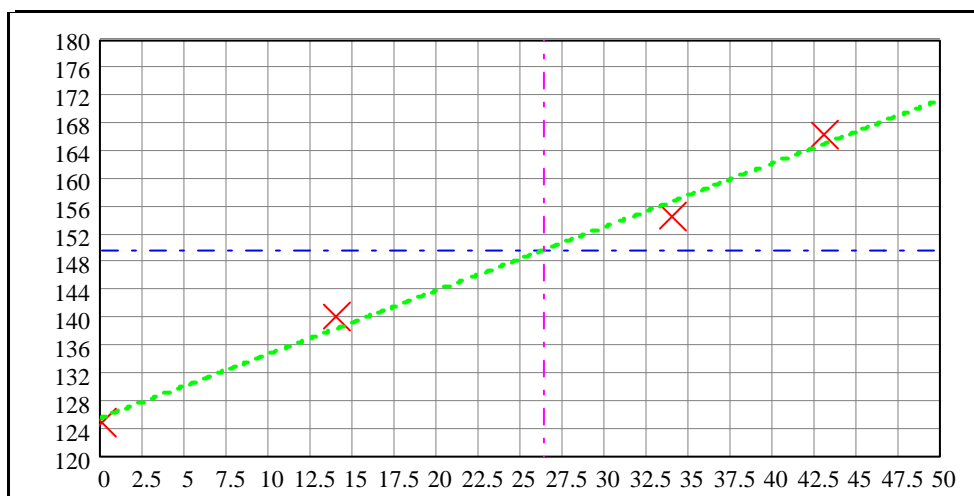


График 1. Зависимость угла поворота плоскости поляризации от концентрации
(Аппроксимация $y(x) = 125.5 + 0.92 x$)

Неизвестная концентрация раствора: 26.4 %

Погрешности

Средние значения

124.8	140	154.4	166.2	149.6
-------	-----	-------	-------	-------

$\Delta (t_{\text{ан}} = 2.3, \alpha = .95)$

2.108	1.924	2.368	1.341	1.173
-------	-------	-------	-------	-------

Определение концентрации раствора

Измерили угол поворота плоскости поляризации света раствора с неизвестной концентрацией активного вещества. Используя график, построенный в упражнении 1, определили концентрацию раствора в исследуемой кювете-трубке.

Для одного из растворов () измерили зависимость угла поворота плоскости поляризации от длины волны, изменяя ее с помощью светофильтров.

Угол поворота в градусах

440 нм	545 нм	610 нм	680 нм	X нм
123	137	155	165	150
128	140	152	167	148
125	141	157	165	150
125	140	156	168	149
123	142	152	166	151

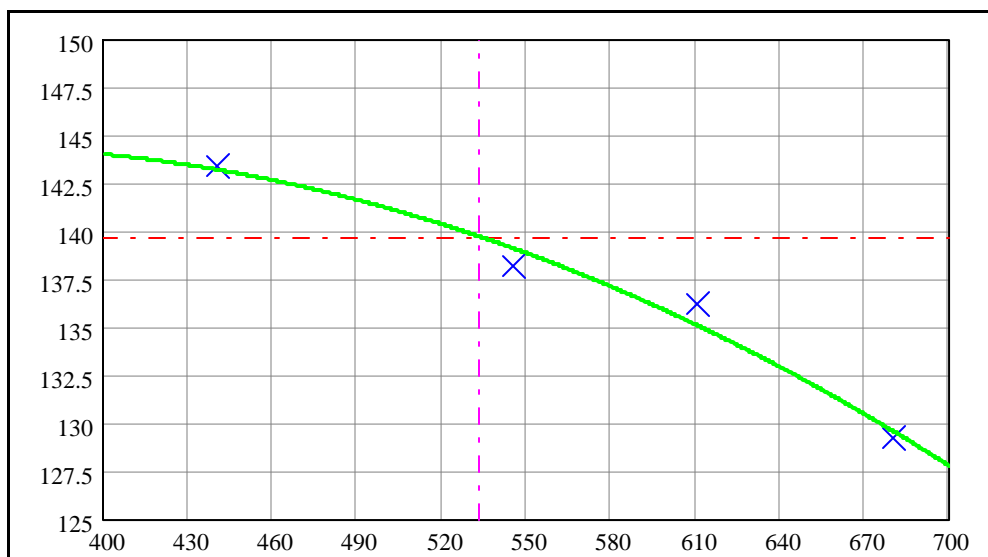


График 2. Зависимость угла поворота от длины волны
(Аппроксимация $128.7 + 0.091 x - 0.00013 x^2$)

Неизвестная длина волны: 533 нм.

Погрешности

Средние значения

143.4	138.2	136.2	129.2	139.6
-------	-------	-------	-------	-------

$\Delta (t_{\text{ан}} = 2.3, \alpha = .95)$

2.133	2.23	0.861	1.341	1.173
-------	------	-------	-------	-------

Вывод:

В работе было изучено вращение плоскости поляризации и определена концентрация неизвестного сахарного раствора с помощью сахариметра

$$C_x = 26.4 \%$$

Также была построена зависимость концентрации от длины волны. Аппроксимация оказалась неточной из-за небольших погрешностей в измерениях, связанных со слабым цветоощущением в условиях освещения аудитории солнечным светом. Определена неизвестная длина волны

$$\lambda_x = 533 \text{ нм}$$