

Цель работы: ознакомление с прецизионным интерферометром ИТР-1, определение концентрации соли в прозрачной жидкости.

Принадлежности: интерферометр Рэлея (модель ИТР-1), набор исследуемых жидкостей.

Краткая теория:

Теоретические основы дифракции Фраунгофера на двух щелях.

Пусть на экран с двумя равными щелями нормально падает плоская монохроматическая волна. Рассмотрим зависимость интенсивности дифрагированных лучей от угла φ (см. рис. 7.1). Для этой цели используют принцип Гюйгенса-Френеля, используемый для рассмотрения дифракции Френеля на круглом отверстии. Элемент щели dx , который находится на расстоянии x от точки O , возбуждает в направлении угла φ колебание dE_φ . В соответствии с рисунком 7.1 и принципом Гюйгенса-Френеля для dE_φ запишем:

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} \exp[i(\omega \cdot t - kx \sin \varphi)] dx \tag{7.1}$$

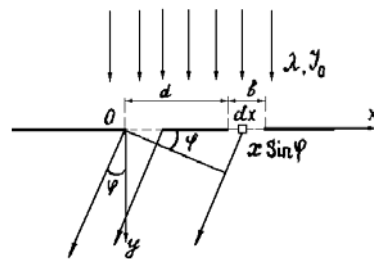


Рис.7.1. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

где $\sqrt{I_0} \sim E_0$ - амплитуда колебаний электрического поля волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число плоской волны. Будем считать, что угол дифракции φ - мал, поэтому $\sin \varphi \approx \varphi$. Кроме этого, в правой щели искусственно создадим дополнительную разность хода Δ , постоянную по всей щели. Тогда, интегрируя выражение (7.1) с учетом введения в правую щель дополнительной разности хода Δ , имеем:

$$E_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \exp(i\omega \cdot t - ikx \sin \varphi) dx + \int_d^{d+b} \frac{E_0}{b} \exp(i\omega \cdot t - ik(x \sin \varphi + \Delta)) dx. \tag{7.2}$$

$$E_\varphi = E_0 \exp\left\{i\left[\omega \cdot t - \frac{k(b \sin \varphi + d \sin \varphi + \Delta)}{2}\right]\right\} \times \left[\frac{\exp\left(\frac{ikb \sin \varphi}{2}\right) \exp\left(-\frac{ikb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{ikb \sin \varphi}{2}} \right] \times$$

$$\times 2 \left\{ \frac{\exp\left[\frac{ik(\Delta + d \sin \varphi)}{2}\right] + \exp\left[-\frac{ik(\Delta + d \sin \varphi)}{2}\right]}{2} \right\}$$

$$E_{\varphi} = E_0 \exp\left\{i\omega \cdot t - \frac{ik[(d+b)\sin\varphi + \Delta]}{2}\right\} \times \frac{\sin\frac{bk\sin\varphi}{2}}{\frac{bk\sin\varphi}{2}} \times 2 \cos\left[\frac{k(\Delta + d\sin\varphi)}{2}\right] \quad (7.3)$$

Для интенсивности I_{φ} получим:

$$I_{\varphi} \sim E_{\varphi} E_{\varphi}^* = E_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{bk\sin\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{bk\sin\varphi}{2}\right)^2} \cdot 2\{1 + \cos[k(\Delta + d\sin\varphi)]\}. \quad (7.4)$$

На рисунке 7.2 представлены зависимости распределения интенсивности I_{φ} при $\Delta = 0$ (см. рис. 7.2а) и при $\Delta \neq 0$ (рис.7.2б).

Анализ выражения (7.4) показывает, что первый член описывает распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на одной щели (см. пунктирную огибающую на рис.7.2 и рис.6.5), а второй сомножитель обусловлен интерференцией световых волн, приходящих от разных щелей. Практический интерес представляют интерференционные полосы в пределах углов дифракции (см. рис.7.2а):

$$-\frac{\lambda}{b} < \sin\varphi < \frac{\lambda}{b}. \quad (7.5)$$

Показать самостоятельно, что в пределах углов дифракции (7.5) угловые расстояния между соседними максимумами удовлетворяют соотношению

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{d}, \quad (7.6)$$

а количество интерференционных полос равно:

$$N_0 = \frac{2d}{b}. \quad (7.7)$$

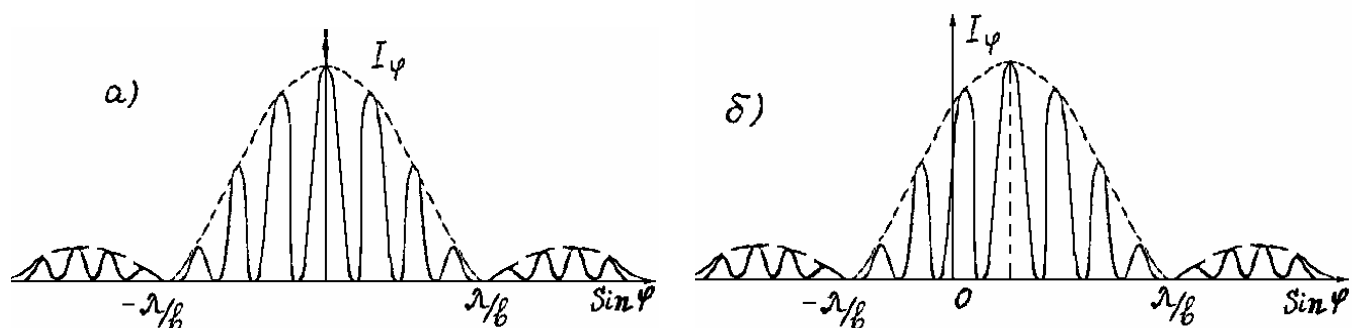


Рис.7.2. Распределение интенсивности света при дифракции на двух щелях в отсутствие дополнительной разности хода (а) и при наличии дополнительной разности хода Δ (б)

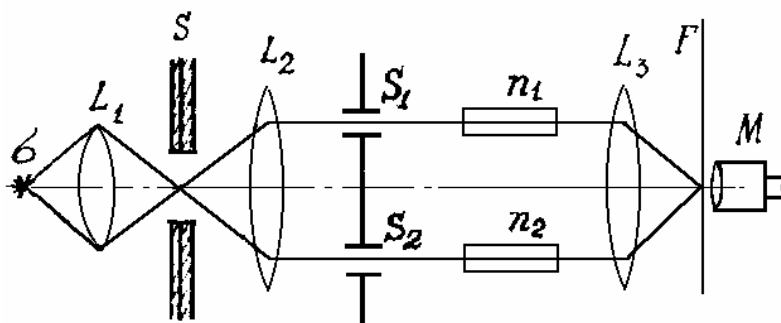


Рис.7.3. Схема интерферометра Рэлея

Дифракция Фраунгофера на двух щелях, описанная выше, лежит в основе физических принципов интерферометра Рэлея, практическая схема одной из моделей (ИТР-1) представлена на рисунке 7.3.

Установка состоит из коллиматора (источник d , конденсора L_1 , щель S , объектив L_2), двойной щели S_1 , S_2 и зрительной трубы, направленной на коллиматор (объектив трубы L_3 цилиндрическая линза и окуляр, в качестве которого используется микроскоп M). При малых значениях φ величина x определяется соотношением:

$$x = F \cdot \varphi, \quad (7.8)$$

где F - фокусное расстояние объектива L_3 . Расстояние между интерференционными полосами δx одинаково и равно:

$$\delta x = f \frac{\lambda}{d}. \quad (7.9)$$

При параметрах установки $F=50$ см, $d=0.5$ см значение оказывается равно $5 \cdot 10^{-3}$ см. Для наблюдения таких мелких интерференционных полос используют микроскоп M .

При рассмотрении дифракции Фраунгофера на двух щелях в предыдущем разделе мы вводили дополнительную разность хода Δ в одну из щелей, при этом получали смещение интерференционных полос (см. рис. 7.2 б). В используемых на практике схемах интерферометров Рэлея дополнительная разность хода Δ вводится путем помещения двух кювет с исследуемым эталонным веществом (твердое, жидкое, газообразное состояние) (n_1 и n_2 на рис.7.3). Если коэффициенты преломления веществ в кюветах отличаются на величину Δn , тогда разность хода определяется:

$$\Delta = (n_2 - n_1)l = \Delta n l, \quad (7.10)$$

где l - длина кювет. Измерение Δ по схеме интерферометра Рэлея позволяет с большой точностью определить Δn , а также значение коэффициента преломления исследуемого вещества, если точно известно значение коэффициента преломления эталонного вещества. Чувствительность прибора позволяет измерять значение до 8-го знака!

Выполнение работы

Перемещая микрометрический винт, отметили показания микрометра m , соответствующие смещению интерференционной картины на 1, 2, ..., 10 полос. Построили графическую зависимость $\Delta = f(m)$ для значений количества полос $p = 1, 2, \dots, 10$ ($\Delta = p\lambda_0$, где $\lambda_0 = 5700 \text{ \AA}$). Эта зависимость может быть использована при исследовании зависимости коэффициента преломления жидких или газообразных веществ от внешних воздействий (температура, давление) концентрации растворенного вещества.

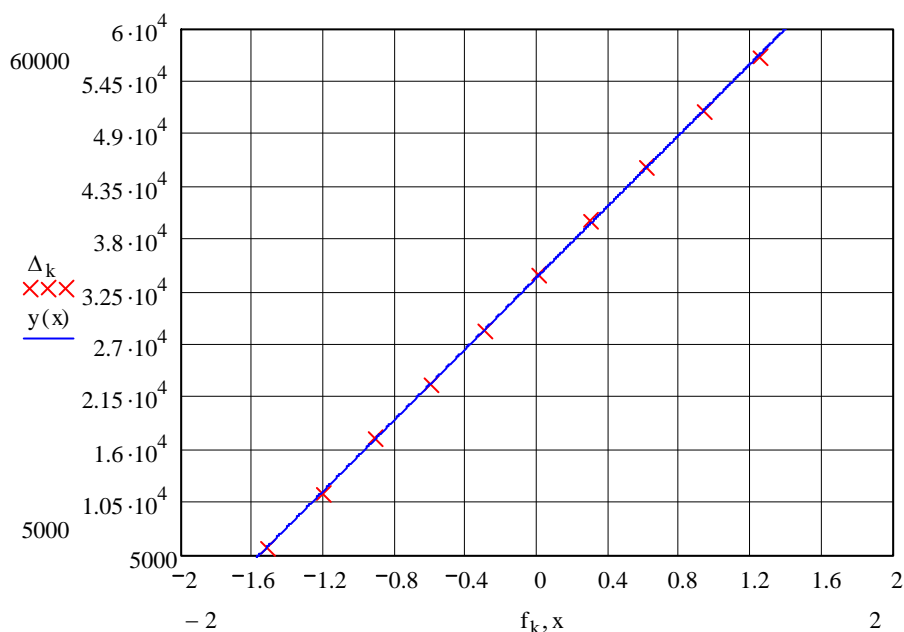
Полученные данные

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	-1.49	-1.18	-0.89	-0.58	-0.27	0.02	0.32	0.64	0.94	1.27
m	-1.53	-1.21	-0.92	-0.60	-0.30	0.0	0.29	0.59	0.93	1.25
m	-1.51	-1.20	-0.92	-0.60	-0.29	0.01	0.30	0.63	0.94	1.26

Средние значения

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	-1.51	-1.20	-0.91	-0.59	-0.29	0.01	0.30	0.62	0.94	1.26
λm	5700	11400	17100	22800	28500	34200	39900	45600	51300	57000

График зависимости $\Delta = f(m)$



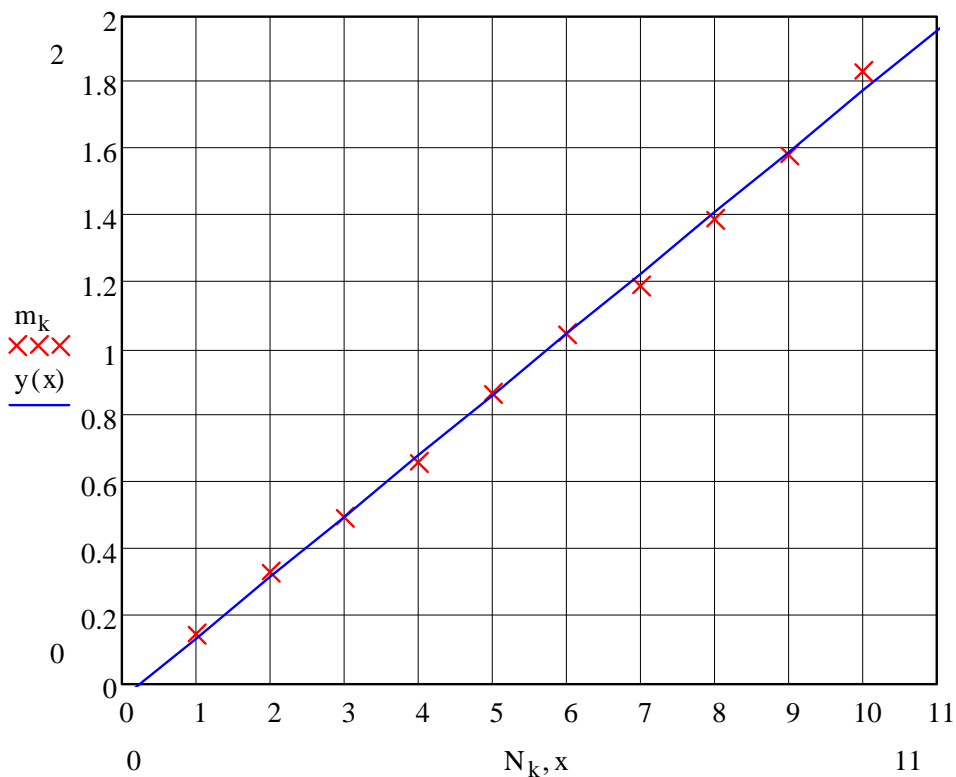
Определили концентрации неизвестного раствора соли. Предлагается следующий вариант решения этого вопроса. Необходимо предварительно построить градуировочную кривую $m = f(N)$, где N - число капель раствора соли в правой кювете.

Полученные данные

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	0.18	0.33	0.48	0.58	0.81	0.99	1.16	1.45	1.58	1.84
m	0.13	0.28	0.50	0.68	0.84	1.06	1.18	1.34	1.54	1.76
m	0.14	0.37	0.51	0.71	0.95	1.09	1.22	1.43	1.61	1.88

Средние значения

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	0.15	0.33	0.50	0.66	0.87	1.05	1.19	1.39	1.58	1.83



Определили средний объем одной капли. В 1 мл воды оказалось 20 капель, тогда объем одной капли составляет 1/20 мл, то концентрация соли в кювете

$$n0_v = \frac{V_k \cdot N_k \cdot n0}{V}$$

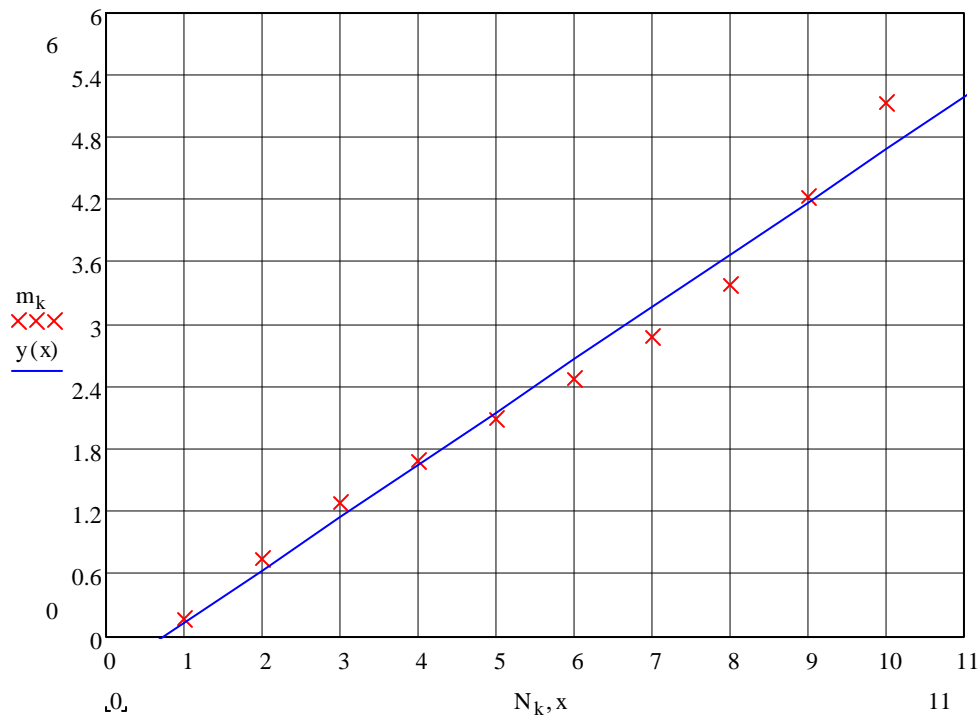
где V_k - объем капли, N_k - количество капель, V объем кюветы, $n0$ – концентрация соли в капле $0.01 \cdot V_k$.

Данные

ρ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	0.17	0.76	1.24	1.52	1.96	2.28	2.75	3.54	4.26	4.88
m	0.14	0.72	1.27	1.65	2.19	2.47	2.86	3.69	4.09	4.99
m	0.16	0.73	1.33	1.89	2.13	2.65	3.01	3.89	4.39	5.53

Средние значения

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	0.16	0.74	1.27	1.68	2.13	2.53	2.91	3.74	4.21	5.10



В тот момент когда показания микрометра совпадают для обоих растворов, их концентрации в кювете тоже совпадают тогда для неизвестного раствора

$$n0_v = \frac{V_k \cdot N_{kx} \cdot nx}{V}$$

для исходного раствора $n0_v = \frac{V_k \cdot N_k \cdot n0}{V}$,

тогда получим зависимость $N_k \cdot n_0 = N_{kx} \cdot n_x$

тогда неизвестная концентрация равна

$$n_x = \frac{N_k \cdot n_0}{N_x} = n_0 \cdot \frac{N_k}{m} \cdot \frac{m}{N_x} = n_0 \cdot \frac{\text{tg}2}{\text{tg}1} = 0.01 \cdot \frac{0.516}{0.182} = 2.84 \%$$

Вывод

В данной лабораторной работе мы ознакомились с интерферометром ИТР-1, определили концентрацию соли в прозрачной жидкости.

$$N_x = 2.84 \%$$